

## تأثير عناصر المحركات الحثية على الأداء عند الحالات العابرة

عبد الغني عبد الرزاق عبد الغفور

قسم الهندسة الكهربائية - كلية الهندسة - جامعة الموصل

### الخلاصة

في أنظمة القدرة الكهربائية الحديثة ، يكون تأثير المحركات الحثية كبير عليها كأحمال. إن الحالات العابرة التي تحدث في المحركات الحثية من خلال حدوث الأعطال الكهربائية تتصف بسرعة كبيرة وتؤثر تأثيراً جوهرياً على مجمل الحالات العابرة التي تحدث في أنظمة القدرة الكهربائية.

في هذا البحث تم استخدام معادلات بارك - كورف Park-Gorve البسيطة لغرض الحصول على معادلات المحرك الحثي التي تحسب التغيير في التردد للشبكة الكهربائية المرتبط معها المحرك من أجل الحصول منها على عناصر المحرك الحثي. وتم دراسة تأثير هذه العناصر عند حدوث الحالات العابرة.

تبين من الدراسة بأن قيمة العزم الأعظم تعمل على نمو التيار وتقليل مفاعلة المحرك وتبين كذلك بأن قيم تيارات القصر تزداد بسبب الأحمال الميكانيكية الموضوعة على هذه المحركات. وتبين أيضاً أنه كلما كان عزم القصور الذاتي قليلاً كلما زاد نمو ونهوض تيار المحرك.

### Effect of Induction Motors Parameters

### On the Performance at Transient Operating States

Abdul Ghani A. Abdul Ghafoor

### **Abstract**

The effect of induction motors as loads in modern electrical power systems is very large, specially when these motors suffer from transient behavior conditions. These transient conditions, which occur owing to electric faults characterized in turn by their high speeds, have their huge impact on the entire transient conditions occurring in electrical power systems. Park-Gorve equations technique is used in this research study in order to obtain the induction motor equations which are frequency variation dependent, and would thus result in getting the motor parameters under the transient operating conditions.

This research study shows that maximum torque tends to increase motor current and decreasing the motor reactance. It shows that short circuit currents increase with the increase of mechanical loads of the motor.

It also shows that lower moment of inertia result in larger starting motor currents and larger growth of motor current.

**Keywords:** Induction Motors, Parameters, Transient.

---

قبل في 2008/1/14

أستلم في 2007/2/20

## قائمة الرموز

المعامل $\frac{d}{dt}$	$\rho$
الفيض المغناطيسي على الإحداثيات d, q للثابت.	$\Psi_{sq}, \Psi_{sd}$
الفيض المغناطيسي على الإحداثيات d, q للدوار.	$\Psi_{rq}, \Psi_{rd}$
مقاومة الثابت ، الدوار للمحرك.	$R_r, R_s$
تيار الثابت على الإحداثيات d, q.	$i_{sq}, i_{sd}$
تيار الدوار على الإحداثيات d, q.	$i_{rq}, i_{rd}$
عامل الانزلاق ، المقنن ، الحرج.	$S_{cr}, S_n, S$
مفاعلة الدوار والثابت للمحرك.	$X_s, X_r$
المفاعلة التبادلية بين الثابت والدوار.	$X_{rs}$
عزم القصور الذاتي.	$T_J$
العزم الميكانيكي المقاوم.	$M_c$
القوة الدافعة الكهربائية للمحرك على الإحداثيات d, q.	$E_q, E_d$
العزم الأعظم ، المقنن ، البدء.	$M_{st}, M_n, M_m$
القدرة المقننة.	$P_n$
معامل التسريب.	$\lambda$
المفاعلة التزامنية للمحرك.	$X_d$
مفاعلة المحرك عند الحالة العابرة.	$X'_d$
دكريمنت Decrement الدوار لدائرة المحرك (معامل التناقص).	$\Delta$
عامل القدرة للمحرك.	$\cos \phi_n$
القدرة الفاعلة والمتفاعلة للمنظومة.	$P, Q$
التيار المعقد Complex Current.	$\dot{i}$

الفولتية المعقدة .Complex Voltage	$\dot{V}$
الفولتية على نظام d, q.	$V_q, V_d$
القوة الدافعة الكهربائية عند الحالة العابرة.	$E'$
التيار على نظام d, q.	$I_q, I_d$
معامل الحمل.	$K_L$
الزمن.	$t$
زمن الانتهاء.	$t_F$
فترة التغير في الزمن.	$\Delta t$
زمن طبع النتائج.	$t_p$
الفولتية المقننة للمحرك.	$V_n$
التيار المقنن للمحرك.	$I_n$
معامل بدء التيار للمحرك.	$K_{st}$
مفاعلة المحرك الابتدائية.	$X_0$

## 1 – المقدمة :

ان البحوث الحديثة التي درست الحالات العابرة في المحركات الحثية أكدت على ضرورة فهم سلوك البدء الديناميكي واستعمال توافق جيد ومناسب بين سوق المحرك والأحمال. [1] كذلك وظفت طرق أخرى لتحليل المجالات الكهرومغناطيسية والحرارية باستخدام طريقة التحديد Finite-Element [2]. وقد استخدمت أيضاً طرق التحليل الزمني الذي يستند على الدائرة المكافئة والمعادلات التفاضلية وتحويل لابلاس لحساب تيار البدء في المحركات الحثية [3]. كما أدى استخدام طرق البدء الناعم (Soft-Starting) عن طريق السيطرة على الفولتية إلى نتائج دقيقة جداً للتيار والعزم في المحركات الحثية الكبيرة [4].

يكون تأثير المحركات الحثية كبيراً في أنظمة القدرة الكهربائية كأحمال ، كما أن الحالات العابرة التي تحدث فيها عند حدوث الأعطال الكهربائية ، تتصف بسرعة كبيرة وتؤثر تأثيراً جوهرياً على مجمل الحالات العابرة التي تحدث في أنظمة القدرة الكهربائية ، ومنها انخفاض الفولتية في شبكات التغذية ، فصل المحولة من المصدر ، انقطاع التغذية عن القضيب العمومي ، حدوث دوائر قصر ثلاثية الطور ، البدء والبدء الذاتي في المحركات وغيرها [5]. يشمل البحث دراسة حالات العطل الكهربائية وتأثير عناصر المحركات الحثية عليها باستخدام معادلات بارك

- كورف على الإحداثيات  $q, d$  والتي يمكن كتابتها بنظام الوحدة Per-Unit المستخدم للمكائن التزامنية بعد إعادة صياغتها للاستخدام مع المحركات الحثية ، وتم حل المعادلات التفاضلية بالطرق الحسابية الدقيقة وباستخدام الحاسوب.

## 2- حساب عناصر المحركات الحثية عند الحالات العابرة :

من المهم جداً عند دراسة الاستقرار الديناميكي لأنظمة القدرة الكهربائية الحديثة والمعقدة ، دراسة سلوك الأحمال المعقدة وتأثيرها . إن إحدى الطرق المهمة لحساب خصائص الأحمال تتلخص في إدخال مجموعة من المحركات الحثية إلى الشبكة الكهربائية وتمثيلها بدائرة مكافئة [5]. وبمساعدة المعادلات البسيطة التي تحسب الحالات العابرة في ملفات الدوار. هذه المعادلات للمحركات الحثية يمكن الحصول عليها من المعادلات الكاملة لبارك - كورف Parke-Gorve ، إذا أهملت القوة الدافعة الكهربائية المحولة ودوران المجال المغناطيسي في ملفات الثابت .

تكتب معادلات المحركات الحثية بنظام  $q, d$  الدائرة مع السرعة الزاوية التزامنية  $\omega_0$  ، لكن عند الحصول على هذه المعادلات البسيطة بهذا النظام ، لا يحسب التغيير في التردد  $F$  ، تلاحظ أنه في عدة أنظمة يكون التغيير في التردد له علاقة مع عامل الانزلاق  $S_r$  للمحركات الحثية.

لأجل حساب التغيير في التردد في المعادلات البسيطة ، من الضروري استخدام  $q, d$  مع سرعة دوران متجه الفولتية  $V$  في نقطة الربط مع المحركات ، حيث يتم وضع قيمة المتجه على المحور  $q$  فتكتب المعادلات في نظام الوحدة (Per-unit) كما يلي [7] .

$$\rho\psi_{sq} + (1+f)\psi_{sd} - R_s i_{sq} = V$$

$$\rho\psi_{sd} - (1+f)\psi_{sq} - R_s i_{sd} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\rho\psi_{rq} + (f-s)\psi_{rd} - R_r i_{rq} = 0$$

$$\rho\psi_{rd} - (f-s)\psi_{rq} - R_r i_{rd} = 0 \quad \dots (2)$$

حيث أن:

$$\psi_{sq} = X_s i_{sq} + X_{rs} i_{rq}$$

$$\psi_{sd} = X_s i_{sd} + X_{rs} i_{rd} \quad \dots (3)$$

$$\psi_{rq} = X_{rs} i_{sq} + X_r i_{rq}$$

$$\psi_{rd} = X_{rs} i_{sd} + X_r i_{rd} \quad \dots (4)$$

$$\rho_s T_j = M_c - (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad \dots (5)$$

توضح العوامل  $(1 + f)$  و  $(f - s)$  المضروبة في المعادلات (1 , 2) أن الإحداثيات الدائرية بالتناسب مع الثابت تكون مع سرعة دوران متجه الفولتية  $V$  وتساوي  $\omega = \omega_0 (1+f)$  . أما الإحداثيات الدائرية بالتناسب مع الدوار فتساوي  $\omega = \omega_0 (f-s)$  .

إن المعادلات (1-5) توضح بأن  $S_r$  للمحركات الحثية لها إشارة سالبة عندما  $R_r$  و  $R_s$  تساوي صفر من المعادلة (1) يمكن تبسيطها لتظهر كأنها معدة للمولدات التزامنية عند إهمال القوة الدافعة الكهربائية والانزلاق والتحويل في الثابت وكما يلي:

$$\begin{aligned} \psi_{sd} &= V \\ \psi_{sq} &= 0 \end{aligned} \quad \dots (6)$$

نعوض عن قيم الفيض المغناطيسي في المعادلة (6) والمعادلات (3 , 4) نحصل على معادلات الثابت.

$$\begin{aligned} X' \psi_{rq} + X'' i_{sq} &= 0 \\ X' \psi_{rd} + X'' i_{sd} &= V \end{aligned} \quad \dots (7)$$

حيث أن:

$$X' = X_{rs} / X_r \quad , \quad X'' = X_s - \frac{X_{rs}^2}{X_r}$$

وللحصول على القوة الدافعة الكهربائية تكتب معادلات الثابت كما يلي:

$$\begin{aligned} E_q - X'' i_{sd} &= V \\ E_d - X'' i_{sq} &= 0 \end{aligned} \quad \dots (8)$$

حيث أن:

$$E_q = X' \psi_{rd} \quad , \quad E_d = -X' \psi_{rq}$$

معادلات الحالة العابرة للدوار (2) تكتب كالاتي:

$$\rho E_q = S_{cr} E_q + (f+s) E_d - \left( \frac{X_s - X''}{X_s} \right) S_{cr} V \quad \dots (9)$$

$$\rho E_d = -(f-s) E_q + S_{cr} E_d$$

عامل الانزلاق الحرج لدوار المحرك بالعلاقة مع أعظم عزم تكون:

$$S_{cr} = - \frac{X_s}{X''} \cdot \frac{R_r}{X_r}$$

من المعادلة (8) نحصل على القدرة الفاعلة المستهلكة في الشبكة والقدرة المتفاعلة وكما يلي:

$$P = \frac{V E_d}{X''} \quad \dots (10)$$

$$Q = - \frac{V^2 + V E_q}{X''} \quad \dots (11)$$

ولغرض حساب القيم الأولية الداخلة في المعادلات التفاضلية (9) للنظام في حالة الاستقرار فإنها تساوي صفر على يسار المعادلة (9) وكما يلي:

$$S_{cr} E_q + (f+s) E_d = S_{cr} \frac{X_s - X''}{X_s} V$$

$$-(f-s) E_q + S_{cr} E_d = 0$$

: على نحصل المعادلات هذه وبحل

$$E_q = \frac{S_{cr}^2 \frac{X_s - X''}{X_s} V}{S_{cr}^2 + (f-s)^2}$$

$$E_d = \frac{\frac{X_s - X''}{X_s} V}{\frac{S_{cr}^2}{f-s} + \frac{(f-s)}{S_{cr}}}$$

نعوض هذه المعادلات بالمعادلات (10 , 11) فنحصل على القدرة الفاعلة والمتفاعلة للمحرك في النظام المستقر.

$$P = \frac{X_s - X''}{X_s X''} \cdot \frac{V^2}{\frac{S_{cr}}{f-s} + \frac{f-s}{S_{cr}}} \quad \dots (12)$$

$$Q = - \frac{V^2}{X} + \frac{X_s - X''}{X_s X''} - \frac{S_{cr}^2 V^2}{S_{cr}^2 + (f-s)^2} \quad \dots (13)$$

يمكن الحصول على عامل الانزلاق في النظام المستقر بمساواة العزم المقاوم مع العزم الكهرومغناطيسي.

$$S = f - \frac{(X_s - X'')}{X_s X'' 2M_c} + \sqrt{\frac{X_s - X''}{X_s X''} \cdot \frac{V^2}{2M_c} - 1} \quad \dots (14)$$

من المعادلات (9-14) تدخل ثلاثة عناصر هي  $X_s$ ,  $X$ ,  $S_{cr}$  التي يمكن حسابها من الكاتلوك الخاص بالمحركات الحثية وكما يلي عندما يكون  $M = M_m$  [8]

$$\frac{X_s - X''}{X_s X} = \frac{2M_m}{V_n^2}$$

وعند حساب العزم المقتن

$$M_n = \frac{2M_m}{\frac{S_{cr}}{S_n} + \frac{S_n}{S_{cr}}}$$

حيث أن:

$$\frac{S_n}{S_{cr}} = \frac{M_m}{M_n} - \sqrt{\left(\frac{M_m}{M_n}\right)^2 - 1}$$

وهكذا نحصل على معادلة عزم البدء.

$$M_{st} = \frac{2M_m}{\frac{1}{S_{cr}} + S_{cr}}$$

وهكذا يتم حساب الانزلاق الحرج

$$S_{cr} = \frac{M_m}{M_{st}} - \sqrt{\left(\frac{M_m}{M_{st}}\right)^2 - 1}$$

وعند حساب المفاعلة  $X''$  تستخدم معادلة القدرة المتفاعلة المقننة.

$$Q_n = \frac{V_n^2}{X''} - \frac{2M_m}{1 + \left(\frac{S_n}{S_{cr}}\right)^2}$$

وهكذا نحصل على  $X_s$  و  $X''$



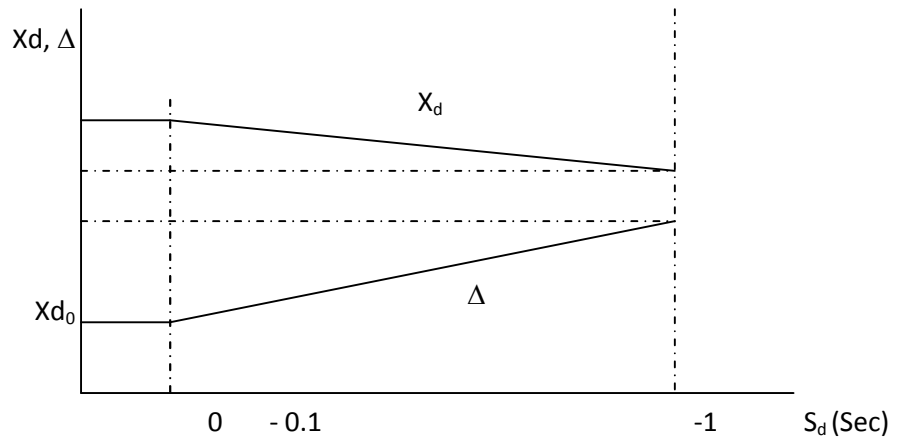
$$X'' = \frac{V_n^2}{\frac{2 M_m}{1 + \left(\frac{S_n}{S_{cr}}\right)^2} - Q_n}$$

$$X_s = \frac{X''}{1 + 2 M_m \frac{X''}{V_n^2}}$$

### 3- التحليل الرياضي والبرامج :

إن المعادلات التفاضلية (5-1) التي تم كتابتها يمكن منها الحصول على التغيير في التردد وكذلك الحصول على عناصر المحركات الحثية وإدخالها في التحليل الرياضي والبرامج للحصول على النتائج المطلوبة.

إن الحسابات الرياضية النموذجية للمحرك الحثي نفذت بدون حساب الحالات فوق العابرة في الثابت Moreover Transient [7]. تم استعمال معادلتين تفاضليتين للثابت (1) ومعادلتين تفاضليتين للدوار (2) ومعادلة واحدة للحركة الميكانيكية (5). كما أن تغذية المحرك تكون من القضيب العمومي ألا نهائي. إن تأثير إزاحة تيار الدوار حسبت من خلال انزلاق الدوار من الصفر إلى الانزلاق الحرج  $S_{cr}$  على أن المفاعلة الحثية  $X_d$  ومعامل التناقص  $\Delta$  Decrement تكون ثابتة إلى 0.1 Sec - وبعدها يكون التغيير فيها خطياً وكما هو موضح بالشكل (1)[5].



شكل رقم (1) : علاقة عناصر المحرك مع عامل الانزلاق

إن حساب القيم الأولية للمحرك الحثي لغرض وضع المعادلات الرياضية والبرامج حسبت

كما يلي [6] .

$$S_{cr} = S_n \left( M_m + \sqrt{(M_m^2 - 1)} \right) \quad \dots (15)$$

$$\lambda = \frac{S_{cr} S_n - S_n^2 \cot \psi_n}{S_n^2 \cot \psi_n + S_{cr} S_n} \quad \dots (16)$$

$$X_d = \frac{1 - \lambda}{2 M_m \lambda \cos \psi_n} \quad \dots (17)$$

$$X'd = \lambda X_d \quad \dots (18)$$

$$\Delta = \lambda S_{cr} \quad \dots (19)$$

$$P = P_n K_L \quad \dots (20)$$

بعد ذلك يتم حساب القيم الأولية لعامل الانزلاق كما يلي:

$$S = S_{cr} \frac{M_m V^2}{K_L} - \sqrt{\left( \frac{M_m V^2}{K_L} \right)^2 - 1} \quad \dots (21)$$

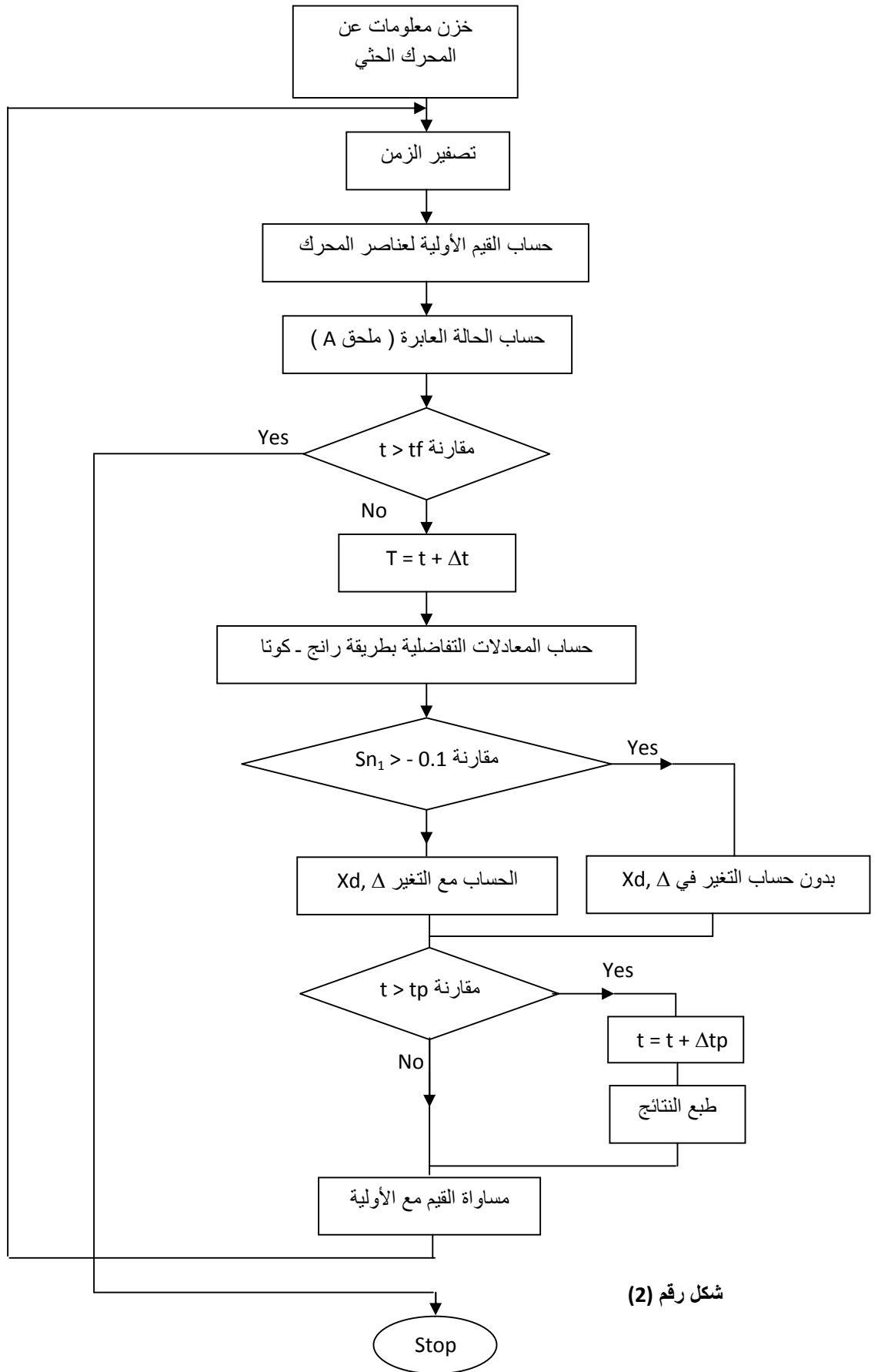
لقد وضعت الحسابات والمعادلات الرياضية بمساعدة برنامج نفذ على الحاسوب الشخصي وكما هو موضح في المخطط الانسيابي للشكل رقم(2) والملحق (A).

**4- النتائج:** تم الحصول على مقدار التغيير بالتردد للشبكة الكهربائية باستخدام المعادلات في الفقرة (2) التي أضيفت إلى البرنامج المنفذ على الحاسوب الشخصي واستخدام الكاتلوك الخاص بالمحركات الحثية [8] للحصول على عناصر المحرك الداخلة في المعادلات في الفقرة (2) أيضاً. كما أنه من البرنامج المنفذ تم تحليل الحالات العابرة والحصول على التيار مع الزمن خلال عدة فولتيات والذي ينقسم إلى قسمين:

حصول تناقص في التيار من الصفر إلى 0.1 Sec ضمن الشروط الكهرومغناطيسية للعمليات.

حصول تزايد بالتيار عند زمن أعلى من 0.1 Sec بالعلاقة مع توقف الدوار. وهكذا خلال عدة فولتيات متبقية على أطراف دخل المحرك فان التيار يمتلك قيمة دنيا نسبة إلى الوقت ، وأن القوة الدافعة الكهربائية ( ق. د. ك ) للثابت تساوي تقريباً فولتية الثابت  $E \approx V$ .

إن الوقت الثابت الذي يحدد تلاشي ق. د. ك للمحرك يكون قليل . عند هذا الوقت المتلاشي نلاحظ بأن عامل



شكل رقم (2)

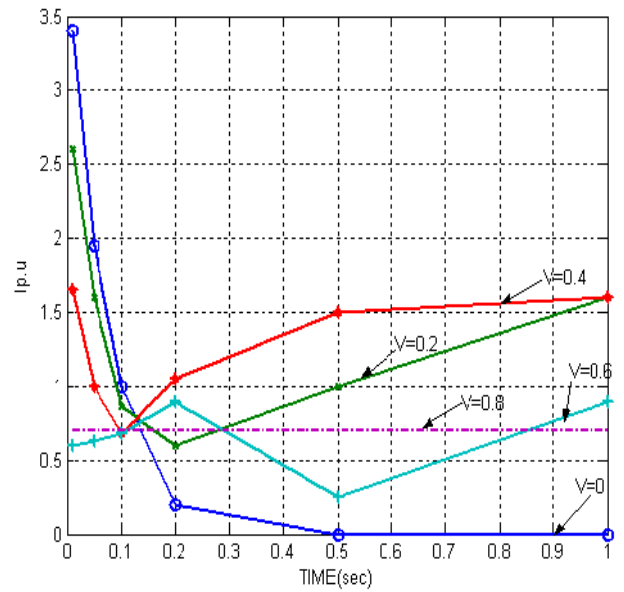
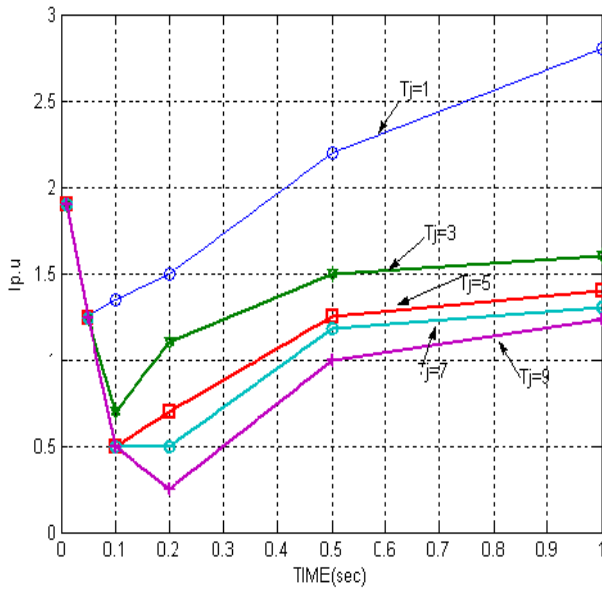
الانزلاق S لا يستطيع الوصول إلى قيمته الحقيقية وعليه فان عناصر المحرك عملياً تبقى ثابتة ووقت ق. د. ك التي تقل إلى حد فولتية الثابت ( $V \approx E$ ) ليست كبيرة بالعلاقة مع آخر حالة تصل إلى 0.1 Sec ، ولهذا فان قيمة تيار الثابت عند زمن  $t = 0.1$  Sec عملياً ثابت وليس له علاقة بالفولتية في حالة حدوث العطل وكما يوضحه الشكل (3) .

خلال وقت أعلى فان الدوار سيتوقف وتظهر زيادة في تيار الثابت خلال عدة قيم متغيرة للفولتية من الصفر إلى الفولتية الطرفية ( الفولتية على أطراف دخل المحرك ) .

يوضح كذلك الشكل رقم (3) حساب منحنيات التغيير لتيار الثابت في حالة انخفاض الفولتية إلى الفولتية الطرفية ولأوقات مختلفة.

إن قيم عزم القصور الذاتي  $T_j$  للمحرك يكون له علاقة مع سرعة وقوف الدوار وبالتالي تزايد نمو ونهوض التيار. حيث أنه كلما كان دوران عزم القصور الذاتي قليل كلما تساوت خلاله وقت العمليات تصاعدياً 0.1 Sec وزاد

(4)



شكل رقم (3) : تغير التيار مع الزمن خلال فولتيات مختلفة

شكل رقم (4) : تغير التيار مع ان خلال عزوم مختلفة

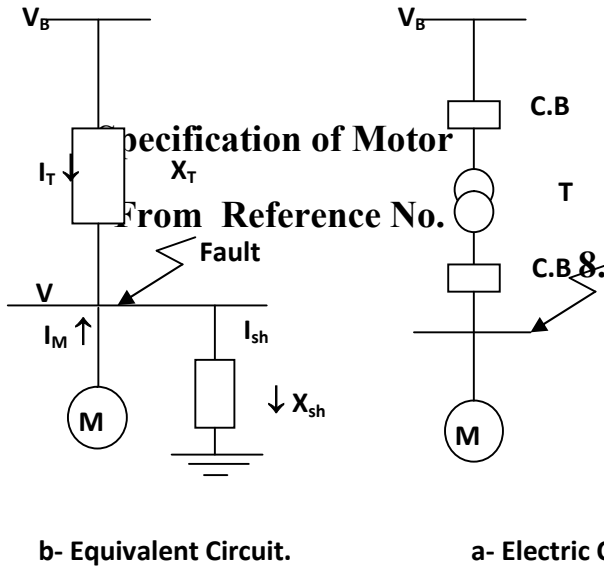
## 5- الاستنتاجات:

من خلال النتائج التي تم الحصول عليها فإنه يمكن الحصول على معادلات المحرك الحثي الذي يحسب التغير في التردد عن حصول الحالات العابرة ، وكذلك إمكانية استخدام عناصر المحرك والداخلية في المعادلات من مواصفات المحرك والتي يمكن تغييرها للحصول على نتائج أفضل.

عند حساب الحالات العابرة في المحرك الحثي مع تغيير العزم الأعظم Mm في حدود (3-1.8) ، يبين بأنه عند القيمة الابتدائية للعزم وإلى فترة 0.05 Sec مع قيمة تيار المحرك تعتمد أساساً على العزم الأعظم Mm ، لما يصاحب ذلك من تقليل من مفاعلة المحرك ونمو التيار . عند الحسابات العملية وخلال أوقات أعلى من 0.1 Sec يمكن اخذ قيمة متوسطة للعزم Mm وهي (2.2) جدول رقم (1) . نلاحظ كذلك من خلال تغيير معامل الحمل KL من (40-100%) فإن ذلك يكون له تأثيراً جوهرياً على تيار المحرك.

توضح الأشكال (3) ، (4) كذلك أن القيم الأولية لتيارات القصر في المحركات الحثية تزداد بسبب الأحمال الثابتة الموضوعية على المحركات ، وفي نفس الوقت حساب سرعة تقليل ق.د.ك للمحركات وتوقفها يتطلب سرعة عالية لتقليل التيار إلى قيمة أقل وكأنه لم تحسب أحمال المحركات.

نلاحظ كذلك بأن المحرك في بداية الحالة العابرة يعمل كأنه مصدر تغذية يغذي تيارات القصر بعد تلاشي ق.د.ك في الوقت من 0.12 Sec إلى 0.8 Sec ، عندها يبدأ المحرك باستهلاك التيار من الشبكة وبالعلاقة مع منطقة العطل.



شكل (5) : ربط المحرك الحثي مع الشبكة الكهربائية

**Table (1)**

Symbols	Type of Motor
	<b>A13-514</b>
$V_n$ [Kv]	6
$P_n$ [Kw]	1000
$I_n$ [A]	106
$K_{st}$ [P.U]	6.2
$M_{st}$ [P.U]	1.2
$M_m$ [P.U]	2.5
$\cos \phi_n$	0.893
$S_n$	0.0066

#### 6- المصادر

1. S. L. HO, H. C. Wong, "Simulation of the Starting Performance of Induction Motors on Personal Computers", IEEE Trans. On Energy Conversion, 1999.
2. C. C. Chan, Lietong Yan, Pizhang Chen, Zezhong Wang, K. T.

- Chao, Analysis of Electromagnetic and Thermal Fields for Induction Motors During Starting, IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 9, No. 1, March 1994.
3. R. Natarajan, V. K. Misra, Starting Transient Current of Induction Motors Without and with Terminal Capacitors, IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 6, No. 1, March 1991.
  4. G. Zengionbuz, I. Cadirci, C. Barlak, Soft Starting of Large Induction Motors at Constant Current With Minimized Starting Torque Pulsations, IEEE Trans. On Industry Applications, Vol. 37, No. 5, September / October 2001.
  5. C. B. Osov, B. B. Canan, E. N. Kersfeeter, Power Station and Sub-Stations, Energy Press House, 1977, Leningrad, (In Russian).
  6. Abdulla M. Mehd. Abdul Ghani A. A., Majed S. M. Optimum Design Approach for Auxiliary Power Station Supplies Using Personal Computer, Sixth Scientific for Foundation of Technical Institutes, Baghdad 13-14 April 1998.
  7. O. V. Zakarken, V. E., Boshevaloof, Park-Gorove Simple Equations for Induction Motors, Energy Journal, Moscow, 1976 (In Russian).
  8. B. N. Necolopyeff and E. B. Greyouchekov, "Data Catalogue for Power Stations and Sub-Station", Nuclear Energy Press House, 1989, Moscow.  
(In Russian).



## Appendix A

The derivation of the induction motor model is made referring to Fig.(5). The voltage are gives as:

$$V_{dB} - V_d = X_T i_{dT} \quad \dots (1A)$$

$$V_{qB} - V_q = X_T i_{dT} \quad \dots (2A)$$

The motor current is obtained by:

$$I_d = \frac{1}{\Delta X_o} (V_q - \psi_{rd}) \quad \dots (3A)$$

$$I_q = \frac{-1}{\Delta X_o} (V_d - \psi_{rq}) \quad \dots (4A)$$

$$I_{dsh} = -V_q / X_{sh} \quad \dots (5A)$$

$$I_{qsh} = V_d / X_{sh} \quad \dots (6A)$$

The current transformer is obtained as:

$$I_{dT} = I_{dsh} - I_d \quad \dots (7A)$$

$$I_{qT} = I_{qsh} - I_q \quad \dots (8A)$$

By simplifying the last two equations and substituting in equations 1A and 2A, the following relations are obtained:

$$V_d = \left[ V_{dB} - X_T \left( \frac{1}{\Delta X_o} \psi_{rq} \right) \right] / A \quad \dots (9A)$$

$$V_q = \left[ V_{qB} - X_T \left( \frac{1}{\Delta X_o} \psi_{rd} \right) \right] / A \quad \dots (10A)$$

Where:

$$A = 1 + \frac{X_T}{X_{sh}} \cdot \frac{1}{\Delta X_o}$$

The relation of  $E_d$ ,  $E_q$  and  $M_{ci}$  are obtained as:

$$E_d = V_d - X_o I_q \quad \dots (11A)$$

$$E_q = V_q - X_o I_d \quad \dots (12A)$$

$$M_e = E_d I_d + E_q I_q \quad \dots (13A)$$

Simplifying the above relation gives:

$$E_d = A_1 V_d - A_2 \psi_{rq} \quad \dots (14A)$$

$$E_q = A_1 V_q - A_2 \psi_{rd} \quad \dots (15A)$$

$$M_c = -A_3 (V_d \psi_{rd} - V_q \psi_{rq}) \quad \dots (16A)$$

Where:

$$A_1 = 1 - \frac{1}{\Delta}, \quad A_2 = \frac{1}{\Delta}, \quad A_3 = \frac{A_2 (A_1 + 1)}{X_o}$$

Transient relations for the motor are:

$$\rho E_q = S_{cr} E_q + (f + s) E_d - A_4 S_{cr} V \quad \dots (17A)$$

$$\rho E_d = -(f - s) E_q + S_{cr} E_d \quad \dots (18A)$$

$$\rho_s = \frac{1}{T_j} (M_c (\psi_{rd} i_q - \psi_{rq} i_d)) \quad \dots (19A)$$

Where:

$$A_4 = \frac{X_s - X_{11}}{X_s}$$

Differential equations (17 A ÷ 19 A) are solved by applying the fourth-order Runge-Kutta method.

